

**Prepa 3****Problema 1:**

En una casa se tienen los siguientes equipos:

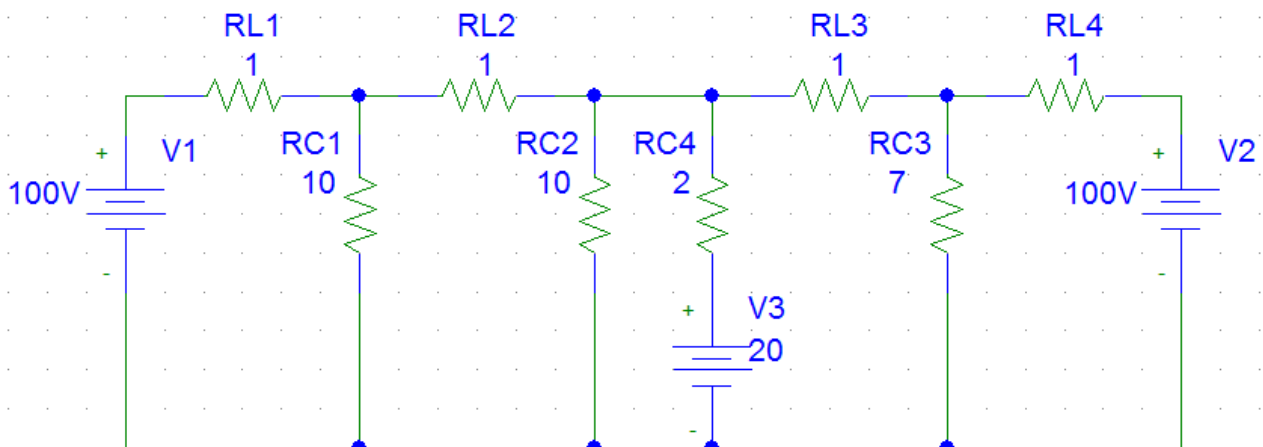
- 16 bombillos de 100 W, 4 se usan durante 5 horas y el resto se utiliza solo 1 hora al día.
- 1 Nevera 650 W, su ciclo de encendido es de 40 minutos cada 2 horas.
- 1 Tv de 100 W y 1 Tv de 200 W, el primero 3 horas al día y el segundo 8.
- 1 Calentador de 800 W, se prende 45 minutos 3 veces al día.
- 1 Lavadora 600 W, se usa 3 veces a la semana 2 ciclos cada uno de 1 hora.
- 1 Secadora 1kW, mismas condiciones que la lavadora.
- 1 Plancha de 1.75 kW, 4 veces a la semana por 1 hora.
- 1 Microondas 3kW, 20 minutos al día todos los días.

Preguntas:

1. Consumo mensual en kWh.
2. Costo anual y mensual si el precio de 1kWh=0.16BsF.
3. Costo mensual bajo las siguientes condiciones (todas a la vez):
  1. Cambiar bombillos por ahorradores de 5W.
  2. Usar Tv grande solo 5 horas al día.
  3. Dejar de usar el microondas para recalentar y usar la cocina (a gas).

**Problema 2:**

Para el siguiente circuito:



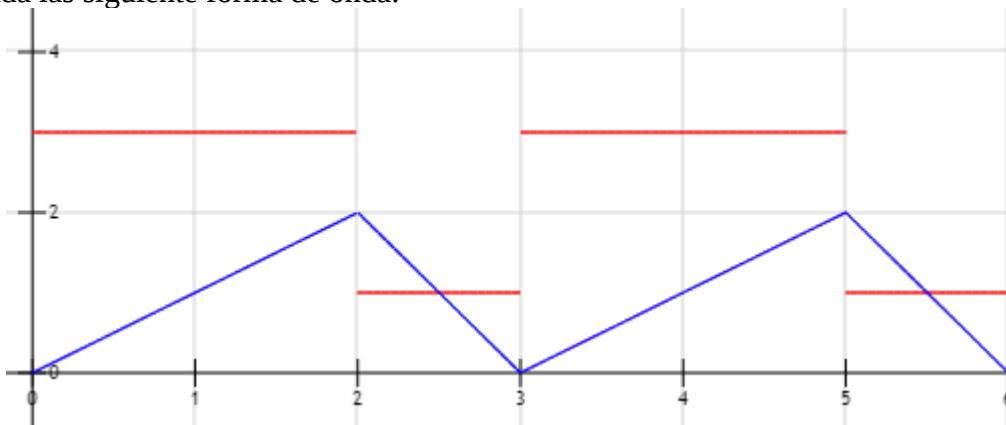
Las fuentes están en Voltios y las resistencias en ohmios, halle:

1. La corriente por cada elemento.
2. La potencia disipada/entregada de cada elemento.
3. Balance de potencia del circuito.
4. ¿El circuito se encuentra funcionando correctamente?
5. Si se quisiera cambiar todas las fuentes por fuentes senoidales, cuales deberían ser los valores pico-pico de las mismas tal que los elementos consuman/entreguen la misma potencia que en el original.

*Sugerencia: use algún método matricial en lugar de resolver ecuaciones.*

### Problema 3:

Dada las siguiente forma de onda:



Suponiendo el eje x en segundos, hallar:

1. Periodo y frecuencia.
2. Valor eficaz (R.M.S.).
3. Valor promedio.
4. Factor de forma.
5. Si la onda azul representa la corriente en amperios y la onda roja el voltaje en voltios de un elemento desconocido, cuál es el valor de su potencia en el tiempo y la energía en un ciclo.

### Problema 4:

Calcule el periodo, valor promedio y el valor eficaz (RMS) de las siguientes señales:

1.  $v_1(t) = 4 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t) - \sin^2(20 \cdot \pi \cdot t)$  *sugerencia: en caso de graficar hacerlo por separado.*
2.  $v_2(t) = h(t) - h(t-1) + h(t-2) - h(t-3) + \dots + h(t-t_0)$  es la función heaviside (escalón)
3.  $i(t) = \frac{1}{10 \cdot \pi} \cdot \frac{d v_1}{dt}$

## Solución

### Problema 1:

Sabiendo que:

- El consumo al mes es el tiempo al mes multiplicado por la cantidad de objetos multiplicado por el consumo de cada uno.
- La nevera esta prendida 40/160 del tiempo ( $24 \cdot 40/160 = 6$  horas al día).
- Lavadora y secadora 6 horas/semana =  $6/7$  horas/día.
- Plancha 4 horas/semana =  $4/7$  horas/día.
- Microondas (20/60) horas/día.

Equipo	C(kW)	Cantidad	H/día	H/mes	C(kWh)/mes	C(kWh)/año
Bombillos(1)	0,1	4	5	150	60	720
Bombillos(2)	0,1	12	1	30	36	432
Nevera	0,65	1	6	180	117	1404
Tv(1)	0,1	1	3	90	9	108
Tv(2)	0,2	1	8	240	48	576
Calentador	0,8	1	2,25	67,5	54	648
Lavadora	0,6	1	0,86	25,71	15,43	185,14
Secadora	1	1	0,86	25,71	25,71	308,57
Plancha	1,75	1	0,57	17,14	30	360
Microondas	3	1	0,33	10	30	360
				Total	425,14	5101,71
				BsF	68,02	816,27

### Modelo Ahorrador:

Equipo	C(kW)	Cantidad	H/día	H/mes	C(kWh)/mes	C(kWh)/año
Bombillos(1)	0,005	4	5	150	3	36
Bombillos(2)	0,005	12	1	30	1,8	21,6
Nevera	0,65	1	6	180	117	1404
Tv(1)	0,1	1	3	90	9	108
Tv(2)	0,2	1	5	150	30	360
Calentador	0,8	1	2,25	67,5	54	648
Lavadora	0,6	1	0,86	25,71	15,43	185,14
Secadora	1	1	0,86	25,71	25,71	308,57
Plancha	1,75	1	0,57	17,14	30	360
Microondas	3	1	0	0	0	0
				Total	285,94	3431,31
				BsF	45,75	549,01

Problema 2:

Ya que piden la corriente en cada elemento lo mejor sera resolver por mallas. Los números de las mallas son del 1 al 5 numeradas de izquierda a derecha con la convención normal para el sentido de las corrientes (horario).

$$[v]=[R] \cdot [i] \rightarrow [i]=[R]^{-1} \cdot [v]$$

$$[v]=[100 \ 0 \ -20 \ 20 \ -100]^T$$

$$[R]=\begin{bmatrix} 11 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & 21 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 12 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 10 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow [i]=\begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \\ i4 \\ i5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22,4138 \\ 14,6552 \\ 8,3621 \\ -13,1034 \\ -23,9655 \end{bmatrix}$$

Llenando la tabla (en voltaje de las resistencias  $v=R \cdot i$ )

Elemento	Corriente		Voltaje	Potencia
Fuente 1	I1	22,4138	100,0000	2241,3800
Fuente 2	-I5	23,9655	100,0000	2396,5500
Fuente 3	I4-I3	-21,4655	20,0000	<b>-429,3100</b>
RL1	I1	22,4138	22,4138	502,3784
RL2	I2	14,6552	14,6552	214,7749
RL3	-I4	13,1034	13,1034	171,6991
RL4	-I5	23,9655	23,9655	574,3452
RC1	I1-I2	7,76	77,5860	601,9587
RC2	I2-I3	6,2931	62,9310	396,0311
RC3	I4-I5	10,8621	76,0347	825,8965
RC4	I3-I4	21,4655	42,9310	921,5354
			P fuentes	4208,6200
			P resistencias	4208,62
			Ptotal	0,0007

Se puede ver que el balance de potencia se cumple y que el circuito **NO** funciona correctamente ya que la fuente 3 esta recibiendo potencia en lugar de entregarla lo que posiblemente la dañe.

$$v=V \cdot \cos(\omega \cdot t + \psi) \rightarrow v_{rms} = \sqrt{2} \cdot V$$

Las nuevas fuentes deben tener valor pico raíz de dos veces mayor que el valor DC de las fuentes originales para que tengan el mismo valor RMS, por lo que las fuentes tienen:

	V1	V2	V3
DC	100	100	20
AC pico	141,42	141,42	28,28
AC pico-pico	282,84	282,84	56,57

*Nota: se pregunto el valor pico-pico no el valor pico.*

### Problema 3:

Según la grafica se puede ver claramente que la función se repite cada 3 segundos así que el periodo  $T=3s$ , la frecuencia es el inverso del periodo así que  $f=1/3=0.333...Hz$ .

Necesitamos escribir las funciones de onda:

$$v(t) = \begin{cases} 3 \rightarrow t \in [0,2] + 3 \cdot k, k \in Z \\ 1 \rightarrow t \in [2,3] + 3 \cdot k, k \in Z \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} t \rightarrow t \in [0,2] + 3 \cdot k, k \in Z \\ 6 - 2 \cdot t \rightarrow t \in [2,3] + 3 \cdot k, k \in Z \end{cases}$$

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{3} \int_0^3 v^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \int_0^2 9 \cdot dt + \int_2^3 dt \right)} = \sqrt{\frac{18+1}{3}} = \sqrt{\frac{19}{3}}$$

$$v_{prom} = V_{DC} = \frac{1}{3} \int_0^3 v(t) \cdot dt = \frac{1}{3} \left( \int_0^2 3 \cdot dt + \int_2^3 dt \right) = \frac{6+1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\text{Factor de forma de } v = Ff_v = \frac{v_{RMS}}{V_{DC}} = \frac{3}{7} \cdot \sqrt{\frac{19}{3}} = 1,0786$$

$$i_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{3} \int_0^3 i^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \int_0^2 t^2 \cdot dt + \int_2^3 (36 - 4 \cdot t + t^2) \cdot dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{8}{3} + \frac{4}{3} \right)} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$i_{prom} = I_{DC} = \frac{1}{3} \int_0^3 i(t) \cdot dt = \frac{1}{3} \left( \int_0^2 t \cdot dt + \int_2^3 (6 - 2 \cdot t) \cdot dt \right) = \frac{2+1}{3} = 1$$

$$\text{Factor de forma de } i = Ff_i = \frac{i_{RMS}}{I_{DC}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = 1,1547$$

$$p(t) = i(t) \cdot v(t) = \begin{cases} 3 \cdot t \rightarrow t \in [0,2] + 3 \cdot k, k \in Z \\ 6 - 2 \cdot t \rightarrow t \in [2,3] + 3 \cdot k, k \in Z \end{cases}$$

$$E_{ciclo} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = \frac{1}{3} \left( \int_0^2 3 \cdot t + \int_2^3 (6 - 2 \cdot t) \cdot dt \right) = \frac{(6+1)}{3} = \frac{7}{3} = 2,333...$$

### Problema 4:

Para el periodo de la primera función, como ya se vio en preparadurias anteriores y se conoce de matemáticas anteriores, elevar al cuadrado el seno le duplica la frecuencia ya que  $\text{sen}^2(a) = (1 - \cos(2a))/2$ , la frecuencia del coseno son 5 Hz mientras que la del seno cuadrado son 20 Hz eso quiere decir que el periodo del coseno son 0.2 s y la del seno cuadrado 0.05, como los periodos son múltiplos se agarra el mayor,  $T=0.2$ , de no ser así se tendria que agarrarse el mínimo común múltiplo entre las frecuencias. Ej: señal uno de periodo 0.25s y señal dos de 0.3333s, no podríamos sacar MCM así que multiplicamos por un numero A que los vuelva enteros, A=12 sirve,  $T'1=3$  y  $T'2=4$ , mínimo común múltiplo es 12, se divide entre A y resulta en el periodo  $T=1$ , en el caso de saber hacer MCM con números no enteros se puede saltar el paso de multiplicar y dividir por A.

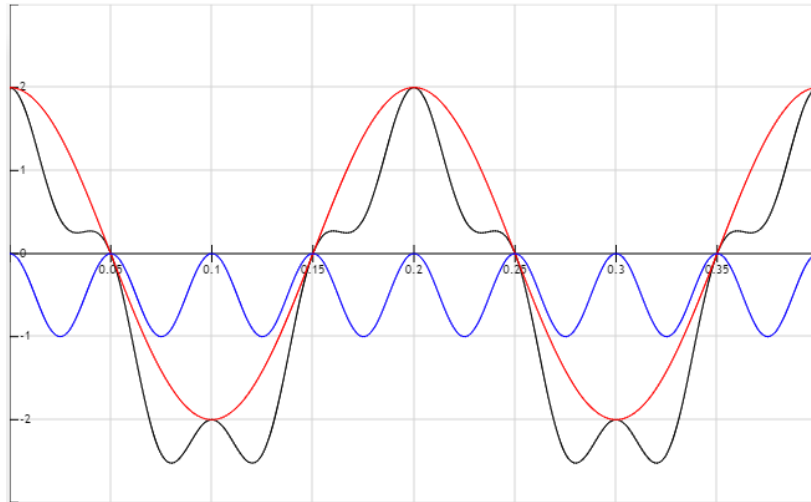
$$v_{1DC} = \frac{1}{T} \int_0^T v_1(t) \cdot dt = 5 \cdot \int_0^{0.2} -\text{sen}^2(20 \cdot \pi \cdot t) \cdot dt = -5 \cdot 2 \int_0^{0.1} \text{sen}^2(20 \cdot \pi \cdot t) \cdot dt = \frac{-5}{2} \cdot \frac{0.1}{2} = -0.5$$

$$V_{1RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_1^2(t) \cdot dt} = \sqrt{5 \cdot \int_0^{0.2} (16 \cdot \cos^2(10 \cdot \pi \cdot t) - 8 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t) \text{sen}^2(20 \cdot \pi \cdot t) + \text{sen}^4(20 \cdot \pi \cdot t)) \cdot dt}$$

Se puede demostrar que el termino del medio vale 0. Para la del  $\text{sen}^4$  se uso calculadora.

$$V_{1RMS} = \sqrt{5 \cdot \left( 16 \cdot \frac{0.2}{2} + 0 + 0.75 \right)} = \sqrt{11,75} = 3,42783$$

Imagen de  $v_1(t)$



En  $v_2$  basta con darse cuenta de que lo que están haciendo esos escalones es generar una función cuadrada que vale 1 0 1 0 1 0... por lo que tiene un periodo de  $T=2s$  ya que dura 1 segundo con el escalón arriba y 1 segundo con el escalón abajo.

$$v_{2DC} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_2(t) \cdot dt = 0.5 \cdot \int_0^1 dt + 0.5 \cdot \int_1^2 0 \cdot dt = 0.5$$

$$V_{2RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_2^2(t) \cdot dt} = \sqrt{0.5 \cdot \int_0^1 1 dt} = \sqrt{0.5} = 0.7071$$

En  $i(t)$  primero hay que conseguir la función:

$$i(t) = \frac{1}{10 \cdot \pi} \cdot \frac{d v_1}{dt} = -4 \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t) - 4 \cdot \cos(20 \cdot \pi \cdot t) \cdot \text{sen}(20 \cdot \pi \cdot t)$$

$$i(t) = -4 \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \text{sen}(40 \cdot \pi \cdot t)$$

Para sacar el periodo se podría hacer lo mismo que antes, pero ya que  $i(t)$  es proporcional a la derivada de  $v_1$  y la derivada no afecta en la frecuencia, se sabe que el periodo será el mismo  $T=0.2$ .

$$i_{DC} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) \cdot dt = 5 \cdot \int_0^{0.2} (-4 \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \text{sen}(40 \cdot \pi \cdot t)) \cdot dt = 0$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) \cdot dt} = \sqrt{5 \cdot \int_0^{0.2} (16 \cdot \text{sen}^2(10 \cdot \pi \cdot t) + 16 \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t) \cdot \text{sen}(40 \cdot \pi \cdot t) + 4 \cdot \text{sen}^2(40 \cdot \pi \cdot t)) \cdot dt}$$

El valor del medio vale 0 otra vez.

$$I_{RMS} = \sqrt{5 \cdot \left( 16 \cdot \frac{0.2}{2} + 0 + 4 \cdot 4 \cdot \frac{0.05}{2} \right)} = \sqrt{10} = 3,1623$$

Imagen de  $i(t)$ :

